注　意　問題1，2，3，4，5の解答を，**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。空欄（ア）～（ハ）については，分数は既約分数にするなど最もふさわしいもの（数，式など）を**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。

1

座標平面上において，原点Oを中心とする半径1の円をCとし，点A(3, 0)を通り傾きがtの直線をlとする。

(1)　円Cと直線lがただ1つの共有点をもつとき，その点のx座標は $\boxed{\text{（ア）}}$ である。

(2)　円Cと直線lが異なる2点で交わるようなtの値の範囲は $\boxed{\text{（イ）}} < t < \boxed{\text{（ウ）}}$ である。

以下，tが $\boxed{\text{（イ）}} < t < \boxed{\text{（ウ）}}$ を満たすように動くとする。このとき，円Cと直線lの2つの交点を結ぶ線分の中点をMとする。

(3)　線分OMの長さをtの式で表すと，$\boxed{\text{（エ）}}$ である。

(4)　点Mの軌跡の方程式は $\boxed{\text{（オ）}} = 0$ である。ただし，xの範囲は $0 \leqq x < \boxed{\text{（ア）}}$ である。

(5)　円Cと直線lの2つの交点と原点Oを頂点とする三角形を，直線lのまわりに1回転してできる立体の体積をVとする。Vが最大となるtの値は $\boxed{\text{（カ）}}$ である。

2

空間内に点 P と平面 α をとる。点 P と平面 α 上の 3 点 O，A，B に対して，

$$\mathrm{OP}=2,\quad \mathrm{OA}=\sqrt{2},\quad \mathrm{OB}=\sqrt{3},\quad \overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-2$$

が成り立つとする。線分 AB 上の点 Q を，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が垂直であるようにとる。

(1) $\cos\angle\mathrm{POB}=$ $\boxed{\text{（キ）}}$ である。

(2) $t=\dfrac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{AB}}$ とおく。このとき，t の値およびそれを求める過程を解答欄 (2) に記述しなさい。

(3) $\mathrm{OQ}=$ $\boxed{\text{（ク）}}$ である。

(4) 点 P を通り平面 α に垂直な直線と α の交点を H とする。このとき，実数 k と l を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=k\overrightarrow{\mathrm{OQ}}+l\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と表すと，$l=$ $\boxed{\text{（ケ）}}$ となる。

(5) 点 P が平面 α 上にあるのは，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ の値が $\boxed{\text{（コ）}}$ または $\boxed{\text{（サ）}}$ のときである。

3

表の出る確率が $\frac{1}{2}$ の硬貨が1枚ある。n を正の整数とする。

(1) 硬貨を n 回投げ，表が出た回数を a とする。さらに続けて硬貨を n 回投げたうちで，表が出た回数を b とする。このとき，a と b の積が0である確率を n の式で表すと $\boxed{(シ)}$ である。「a と b の和が n である」という事象の起こる場合の数を M_n とおく。$n=5$ のとき，$M_5 = \boxed{(ス)}$ である。また，$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\log\frac{n!M_n}{n^n} = \boxed{(セ)}$ である。ただし，$\log x$ は x の自然対数とする。

(2) 硬貨を n 回投げ，表が出た回数を c とする。さらに続けて硬貨を $c+1$ 回投げたうちで，表が出た回数を d とする。このとき，「$c=0$ である」という事象を C とし，「$d=0$ である」という事象を D とする。$n=4$ のとき，事象 D の起こる確率は $\boxed{(ソ)}$ である。また，一般の n に対して，事象 D が起こったときに事象 C の起こる条件付き確率は $\boxed{(タ)}$ である。

4

複素数平面上の異なる3点 A(α), B(β), C(γ) に対して，等式

$$(p+i)\alpha-2p\beta+(p-i)\gamma=0$$

が成り立つとする。ただし，i は虚数単位であり，p は正の数である。

(1) 線分 AC の中点を M とする。M を表す複素数を解答欄 (1) に印刷されている文の下線部に記入しなさい。さらに，M を表す複素数を用いて，線分 AC と直線 BM が垂直に交わることの証明を記述しなさい。

以下，複素数 $z_n\,(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ は，$z_1=\beta$，$z_2=\gamma$ であり，等式

$$(p+i)\alpha-2pz_n+(p-i)z_{n+1}=0 \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たすとする。このとき，3点 α，z_n，z_{n+1} を頂点とする三角形の面積を S_n とする。

(2) $|\alpha-\gamma|=p$ のとき，S_1 と S_2 をそれぞれ p の式で表すと，$S_1=\boxed{\text{（チ）}}$，$S_2=\boxed{\text{（ツ）}}$ となる。

さらに，$p=\sqrt{3}$，$|\alpha-\gamma|=\sqrt{3}$ とする。

(3) $\dfrac{S_n}{S_1}$ を n のみを用いた式で表すと，$\dfrac{S_n}{S_1}=\boxed{\text{（テ）}}$ となる。

(4) α と β が，$\alpha<\beta$ を満たす実数である場合を考える。また，N を z_{N+1} が実数となるような最小の正の整数とする。このとき，z_1，z_2，$\cdots\cdots$，z_N，z_{N+1} を頂点とする多角形の面積は $\boxed{\text{（ト）}}$ である。

5

（1） i を虚数単位とし，実数 θ に対して $f(\theta)=\cos\theta+i\sin\theta$ とおく。実数 a に対して，$f(\theta_1)=\{f(a)\}^3$ を満たす θ_1 の 1 つを a を用いて表すと $\theta_1=$ $\boxed{（ナ）}$ であり，$\dfrac{f(\theta_2)+f(-\theta_2)}{2}=\cos^2 a-\sin^2 a$ を満たす θ_2 の 1 つを a を用いて表すと $\theta_2=$ $\boxed{（ニ）}$ である。

（2） θ の関数 $\cos^4\theta$ を適切な有理数 b，c，d を用いて $b+c\cos 2\theta+d\cos 4\theta$ の形で表すと，$\cos^4\theta=$ $\boxed{（ヌ）}$ となる。

（3） 座標平面上で不等式 $0\leqq y\leqq x$ の表す領域において方程式 $(x^2+y^2)^3=(x^2-y^2)^2$ が定める曲線を C とする。座標平面において，原点を極，x 軸の正の部分を始線とする極座標 $(r,\ \theta)$ を考えると，C の極方程式は $\boxed{（ネ）}$ となる。ただし，θ の動く範囲は $\boxed{（ノ）}$ である。また，曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積は $\boxed{（ハ）}$ である。